

mgr inż. Hanna Weber
Wydział Budownictwa i Architektury
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

Autoreferat

Rozprawa doktorska

Numeryczna analiza wrażliwości statycznej i dynamicznej złożonych układów konstrukcyjnych z parametrami losowymi

promotor pracy: dr hab inż. Tran Duong Hien, prof. ZUT

W pracy doktorskiej rozpatrzono problem statycznej i dynamicznej wrażliwości układów złożonych o wielu stopniach swobody z uwzględnieniem niepewności w parametrach projektowych. Rozprawa zawiera 150 stron i składa się z czterech głównych rozdziałów: wstępu, sformułowań i obliczeń dla układów deterministycznych, sformułowań i obliczeń dla układów stochastycznych oraz wniosków końcowych. Istotnym elementem pracy są załączniki zawierające listingi i wydruki programów oraz procedury fortranowskie.

Cel rozprawy

- Niestatystyczna analiza numeryczna statyki, dynamiki i wrażliwości złożonych układów konstrukcyjnych z parametrami deterministycznymi i losowymi
- Opracowanie nowego komputerowego podejścia umożliwiającego analizę wrażliwości złożonych układów konstrukcyjnych względem parametrów deterministycznych i losowych, które miałyby istotne znaczenie w praktycznym projektowaniu konstrukcji i spowodowałyby znaczące przyspieszenie tego procesu
- Dążenie do lepszego punktu projektowego dla rzeczywistego obiektu składającego się z wielu elementów — osiągnięcie złotego środka między wszystkimi rozważanymi kryteriami
- Obserwacja i eliminacja efektu dudnienia w układach o powtarzającej się geometrii

Zakres pracy

- Zastosowanie niestatycznego podejścia perturbacyjnego do analizy układów dużej skali z parametrami losowymi
- Uwzględnienie niepewności w geometrii, właściwościach materiałów i obciążeniach
- Wrażliwość — poszukiwanie gradientu odpowiedzi konstrukcji na zmianę parametrów projektowych. Przemieszczenia, naprężenia, czy wartości własne są traktowane jako reakcje układu, podczas gdy pola przekrojów poprzecznych elementów, grubości płyt, moduł Younga czy gęstość masy jako zmienne projektowe
- Wyznaczenie dwóch pierwszych momentów probabilistycznych statycznej i dynamicznej reakcji układu oraz ich wrażliwości wykorzystując wartości średnie i kowariancje wzajemne zmiennych projektowych jako dane wejściowe
- Przedstawienie tłumienia modalnego — dążenie do możliwie wiernego odwzorowania rzeczywistości i wszystkich sił działających na model
- Zilustrowanie wyprowadzeń teoretycznych za pomocą przykładów obliczeniowych konstrukcji o wielu stopniach swobody
- Numeryczne rozwiązanie problemu eliminacji dudnienia w symetrycznych układach za pomocą dodatkowych mas i tłumików

Treść pracy

We wstępie przedstawiono istotne znaczenie rozwoju technologii i informatyki we współczesnych czasach oraz ich wpływ na wszystkie dziedziny nauki. Następnie scharakteryzowano główne nurty analizy stochastycznej — podejście perturbacyjne, symulację Monte Carlo i rozwiniecie Neumanna. Analiza stochastyczna uwzględnia losowość w parametrach projektowych lub czynnikach zewnętrznych. W przypadku konstrukcji złożonych o wielu stopniach swobody nawet małe niepewności w wymienionych elementach mają ogromny wpływ na nośność systemu i nie można ich obliczyć analitycznie.

W obszarze budownictwa daje się zauważyć pewnego rodzaju wyścig, zarówno między projektantami jak i konstruktorami, o tworzenie obiektów przekraczających dotychczasowe istniejące bariery wysokości, czy rozpiętości, charakteryzujące się wiotkością i różnorodnością kształtów. Z uwagi na swoje cechy, konstrukcje te wymagają nie tylko wnikliwej analizy statycznej, ale również dynamicznej i wrażliwościowej. Ponieważ są to układy złożone o wielu stopniach swobody, obliczanie ich metodą analityczną staje się niemożliwe. Dlatego na przestrzeni ostatnich kilkudziesięciu lat nastąpił rozwój metody elementów skończonych (MES), na której bazuje większość współczesnych programów komputerowych.

Rozdział drugi zawiera rozpatrzenie statyki, dynamiki i wrażliwości w układach deterministycznych. W podrozdziałach 2.1 i 2.2 przedstawiono wzory na przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia w wybranym punkcie wewnątrz elementu. Stąd wyprowadzono wyrażenia na energię kinetyczną i potencjalną oraz pracę sił zewnętrznych. Wychodząc od równania Lagrange’a drugiego rodzaju, uzyskano różniczkowy układ równań ruchu, w którym równania równowagi traktowane są jako szczególny przypadek. Z uwagi na analizę konstrukcji o wielu stopniach swobody, do obliczeń przyjęto model tłumienia Rayleigh’a będący liniową kombinacją sztywności i mas.

Podrozdział 2.3 zawiera sformułowania macierzy sztywności dla typowych elementów skończonych. W podrozdziale 2.4, korzystając z uogólnionego problemu własnego, metodą superpozycji modalnej, otrzymano rozprężony układ równań. Następnie wyprowadzono wyrażenie na współczynnik tłumienia modalnego $\lambda_{(n)}$, odpowiadającego n -tej wartości własnej, obrazującego zależność $\lambda_{(n)}$ od wartości tłumienia wprowadzanej do programu na etapie obliczeń numerycznych.

W podrozdziale 2.5 przedstawiono sformułowania deterministycznych wrażliwości reakcji statycznej, dynamicznej i wartości własnych na zmianę parametrów projektowych. Dla przejrzystości prezentacji, wprowadzono notację sumacyjną, w której powtarzające się dwukrotnie wskaźniki implikują sumę. Poprzez wrażliwość rozumiano pochodne $d\phi/db_a$, opisujące zmianę funkcjonu odpowiedzi układu ϕ w zależności od zmiennych projektowych b_a . Zgodnie z założeniem macierze mas, tłumienia i sztywności oraz wektor obciążeń zewnętrznych są dwukrotnie różniczkowalne względem b_a . Wrażliwość wartości własnych została wyprowadzona dla układu o niepowtarzających się częstotliwościach. W przypadku czasowo-zależnego obciążenia wyróżniono dwa przypadki wrażliwości — punktową i przedziałową.

W podrozdziale 2.6 opisano przykłady zaczerpnięte z literatury i porównano wyniki analityczne z numerycznymi. Dla przypadku trójprętowej kratownicy obciążonej dwiema siłami, wyznaczono przemieszczenia węzłowe i wrażliwość statyczną przemieszczeń węzłów na zmianę pola

przekroju poszczególnych elementów. Otrzymano wartości bardzo zbliżone do analitycznych. Dodatkowo, przedstawiono wyniki wrażliwości wartości własnych na zmianę pola przekroju poszczególnych elementów. Drugim przykładem jest analiza wrażliwości wartości własnych belki wspornikowej o stałym przekroju poprzecznym, podzielonej na 100 elementów skończonych. Obliczenia numeryczne potwierdziły wyniki analityczne i ukazały, że w przypadku takiej konstrukcji największa wrażliwość wartości własnych występuje na zmianę pola przekroju elementów przy utwierdzeniu, najmniejsza zaś na wolnym końcu.

Podrozdział 2.7 przedstawia analizę statyczną, dynamiczną i wrażliwości dla mostu podwieszono-ego, stworzonego na podobieństwo rzeczywistego obiektu znajdującego się w Putrajaya w Malezji. Przyjęto następujące wymiary modelu: całkowita długość - 220m, rozpiętość głównego przęsła - 160m, wysokość pylonu - 104m. Główne przęsło mostu zostało oparte przegubowo na obu końcach i dodatkowo podwieszono do pochylonego pylonu za pomocą 60 symetrycznie rozłożonych want. Pylon utrzymano w położeniu równowagi przez 42 tylne kable zamocowane do podłoża i dwa stalowe łuki. Między pylonem a łukami umieszczono 50 łączących prętów. Z uwagi na duże ugięcie środkowej części przęsła, do obliczeń przyjęto płytę z materiałów kompozytowych, wzmocnioną stalowymi podłużnymi i poprzecznymi żebrami. W obliczeniach numerycznych otrzymano model o 3536 stopniach swobody, składający się z 154 kratowych, 510 belkowych i 635 powłokowych elementów skończonych.

Z uwagi na to, iż głównym przeznaczeniem przykładu były obliczenia dynamiczne i wrażliwościowe, analiza statyczna obiektu została przeprowadzona w sposób uproszczony, w celu prawidłowego doboru przekrojów poprzecznych poszczególnych elementów. Obciążenia przyjęto na podstawie krajowych norm, tak jakby obiekt był zlokalizowany w Szczecinie. Przy obciążeniach wiatrem uwzględniono wyłącznie statyczne oddziaływanie tego czynnika. Zastosowanie nowoczesnych materiałów w płycie i wzmocnienie jej żebrami nie spowodowało efektywnego zminimalizowania ugięcia od obciążeń statycznych. Niezbędne okazało się eksperymentalne wprowadzenie sił skupionych w węzłach, mających na celu imitację wstępnego sprężenia lin. Przyczyniło się to nie tylko do redukcji ugięcia przęsła, ale również do korzystniejszego rozkładu sił w układzie.

Analiza dynamiczna mostu została przeprowadzona dla przypadku impulsu Heaviside'a, przyłożonego do szczytu pylonu na kierunku podłużnym do osi mostu. Problem własny rozwiązano dla pierwszych 12 dominujących par własnych. Obliczenia numeryczne wykonano metodą superpozycji modalnej dla 10000 kroków czasowych o wartości 0.004s każdy. Na wykresach przedstawiono czasowo-zależne wyniki przemieszczeń w reprezentatywnych punktach oraz sił wewnętrznych w wybranych elementach, uzyskane dla dwóch przypadków analiz — bez i z tłumieniem modalnym. Przebieg drgań środkowego punktu płyty wyraźnie wykazuje okresowe zmiany amplitudy w czasie, co wskazuje na obecność dudnienia w układzie. Zjawisko to może być spowodowane symetryczną budową modelu. Wyniki zagadnienia własnego wykazują bardzo zbliżone wartości sąsiednich częstotliwości własnych, co potwierdza wcześniejsze stwierdzenie. Wprowadzenie tłumienia do układu spowodowało stopniowe zanikanie drgań, ale nie wyeliminowało efektu dudnienia, ponieważ okresowe zmiany amplitudy są dalej widoczne.

Analiza wrażliwości wartości własnych w rozpatrywanym moście na zmianę pól przekrojów elementów kratowych i belkowych oraz na zmiany grubości elementów powłokowych w płycie dała cenne wyniki. Opisany układ okazał się najbardziej wrażliwy na zmianę pola przekroju

prętów łączących łuki z pylonem. Po uwzględnieniu obciążeń statycznych pozornie wydawało się, że elementy te mają drugorzędne znaczenie z powodu małego wyężenia. Dopiero wnikliwa analiza wrażliwości wartości własnych ukazała ich rolę w układzie.

Zazwyczaj wrażliwość dynamiczna ugięcia punktu jest największa na zmianę parametrów elementów znajdujących się w jego bezpośrednim otoczeniu. Tymczasem obliczenia czasowo-zależnych przemieszczeń, zarówno punktu środkowego płyty jak i szczytu pylonu, wykazały największą wrażliwość na zmianę pól przekrojów głównych kabli podwieszających przęsło. Potwierdziło to ich istotne znaczenie w układzie. Uzyskane wyniki i wnioski zmieniły spojrzenie na pracę konstrukcji jako całości i jej ewentualny mechanizm zniszczenia.

Rozdział 3 przedstawia sformułowania dla systemów konstrukcyjnych z parametrami losowymi. W podrozdziałach 3.1 i 3.2 wyprowadzono wyrażenia na pierwszy i drugi moment probabilistyczny czasowo-zależnej i czasowo-niezależnej reakcji układu, wykorzystując wartości średnie i kowariancje wzajemne parametrów projektowych na wejściu oraz przedstawiono sposób rozwiązywania układów równań hierarchicznych. W trakcie sformułowań jawne i niejawnie funkcje zmiennych losowych rozwinięto w szereg Taylora w otoczeniu wartości średnich z dokładnością do drugiego rzędu.

Wychodząc ze stochastycznej wersji równań Lagrange'a drugiego rodzaju, zapisanych dla całkowitej energii układu, stosując metodę perturbacji w otoczeniu wartości średnich, w podrozdziałach 3.3 i 3.4 sformułowano hierarchiczne układy równań ruchu i równowagi. Głównymi zaletami niestatystycznego podejścia perturbacyjnego w odróżnieniu np. do symulacji Monte Carlo są: (i) zmienne losowe b_α nie muszą mieć rozkładu normalnego, (ii) jako dane wejściowe potrzebne są tylko pierwsze dwa momenty probabilistyczne zmiennych projektowych, (iii) uzyskujemy wyniki z taką samą dokładnością rozwiązując układ równań rzędu $o(\hat{r})$ nie $o(\hat{r}^3)$. Z drugiej strony otrzymywane na wyjściu pierwszy i drugi moment probabilistyczny oraz zmienne losowe b_α muszą charakteryzować się małą fluktuacją i ciągłością w otoczeniu wartości średniej, co może być traktowane jako mankament metody perturbacyjnej.

W podrozdziale 3.5 przedstawiono wyrażenie na wartości średnie i kowariancje wzajemne przemieszczeń i odkształceń, otrzymywane na wyjściu. Podrozdział 3.6 zawiera sformułowania pierwszego i drugiego momentu probabilistycznego czasowo-zależnej i czasowo niezależnej wrażliwości reakcji układu. Pozwala to na uzyskanie deterministycznej statycznej i dynamicznej reakcji układu i ich wrażliwości, ale również dokładności tych wyników w postaci wartości średnich i ich wzajemnych kowariancji, z uwzględnieniem członów do drugiego rzędu. Podejście to jest nowatorskim elementem pracy.

Powyższe sformułowania zilustrowano za pomocą obliczeń numerycznych przestrzennej kopuły tworzonej przez 80 prętów, o następujących wymiarach: średnica - 10m, wysokość - 5m. Dla tego obiektu powstały cztery różne modele MES — układ złożony z 80 elementów kratowych oraz trzy schematy belkowe o odpowiednio 80, 160 i 320 elementach skończonych. Pozwala to na określenie wpływu doboru siatki MES na otrzymywane wyniki numeryczne.

Obliczenia deterministyczne statyki i zagadnienia własnego rozwiązano niezależnie za pomocą dwóch programów POLSAP i ROBOT, uzyskując różnice na poziomie 3%. Ponieważ celem opisywanego przykładu była głównie analiza wrażliwości z parametrami losowymi, nie zaś

projektowanie rzeczywistego obiektu, zagadnienie statyki rozwiązano dla obciążenia jedną siłą skupioną przyłożoną na kierunku pionowym do szczytu kopuły.

Obliczenia stochastyczne wykonano za pomocą programu POLSAP, wraz z przygotowanymi przez autorkę preprocesorami. Szczegółowo opisano formowanie macierzy kowariancji parametrów projektowych. Prezentacja została wzbogacona o fragmenty procedur fortranowskich. Wstępne obliczenia stochastycznej statyki wykonano dla trzech różnych wartości współczynnika wariacji $\alpha = 0.05; 0.1$ i 0.15 . Opisano wpływ przyjętej wartości α na dokładność otrzymywanych przemieszczeń.

Dzięki analizie stochastycznej zaprezentowano wartości deterministyczne statycznych i dynamicznych przemieszczeń punktów oraz ich wartości średnie i odchylenia standardowe. W przypadku projektowania, powyższe rezultaty są bardzo istotne, ponieważ nawet małe niepewności w zmiennych projektowych mogą powodować znaczące różnice w otrzymywanych wynikach przemieszczeń i sił wewnętrznych. Badania wrażliwości przemieszczeń statycznych i dynamicznych na zmianę pól przekrojów poszczególnych elementów, pozwoliły na znalezienie newralgicznych punktów w układzie.

Przyjęcie symetrycznego schematu, zarówno pod względem podparcia jak i rozkładu prętów pozwoliło na zaobserwowanie efektów dudnienia w układach geometrycznie się powtarzających i opisano ich eliminację przy wykorzystaniu dodatkowych mas i tłumików. Analiza dynamiczna układu dała pozornie błędne wnioski, że same dodatkowe masy wystarczą do eliminacji efektu dudnienia. Dopiero obliczenia wrażliwości dynamicznej reakcji wykazały, że aby skutecznie wyeliminować to zjawisko niezbędne jest jednoczesne uwzględnienie mas skupionych i tłumików. Obliczenia różnych typów konstrukcji pozwoliły na wysnucie wniosku, że rozmieszczenie dodanych mas jest indywidualną sprawą dla każdego schematu. Jednakże w większości przypadków efekt dudnienia był skutecznie eliminowany po założeniu masy w punkcie przyłożenia obciążenia dynamicznego.

Porównanie wyników wrażliwości dla schematów belkowych zbudowanych z 80, 160 i 320 elementów skończonych wykazały, że we wszystkich trzech przypadkach potrzebna jest ta sama wartość masy dodanej dla usunięcia zjawiska dudnienia i nie zależy ona od przyjętego podziału MES. Powyższe wnioski uzyskano na podstawie obliczeń numerycznych, zakłada się, że znalezienie praktycznego rozwiązania będzie przedmiotem dalszej pracy naukowej.

Zagęszczenie siatki w schematach o 160 i 320 elementach belkowych dało korzystne wyniki sił wewnętrznych i przemieszczeń po długości poszczególnych prętów. Pozwala to na lepsze zrozumienie pracy konstrukcji. Jednak z uwagi na osobliwość zagadnienia spowodowaną wystąpieniem częstotliwości o bardzo zbliżonych wartościach, zbadanie wrażliwości dynamicznej układu na zmianę parametrów projektowych okazało się niemożliwe.

W pracy opisano również wpływ doboru parametrów analizy dynamicznej na dokładność uzyskanych wyników. Zbyt duża wartość kroku czasowego spowodowała błędne wykresy drgań układu — amplitudy malały do zera bez obecności tłumienia w układzie, co jest niemożliwe. Dopiero znaczące zmniejszenie wartości kroku czasowego dały poprawne wyniki. W załącznikach do rozprawy zawarto programy do generacji danych dla złożonych układów konstrukcyjnych oraz do tworzenia macierzy kowariancji zmiennych projektowych.

Z uwagi na to, że MES jest metodą przybliżoną, istotną częścią analizy powinno być sprawdzenie poprawności przyjętego modelu z punktu widzenia numeryki. Dla prostych układów o kilku stopniach swobody można to łatwo określić posługując się tzw. liczbą uwarunkowania, będącą stosunkiem maksymalnej do minimalnej wartości własnej. Jednakże dla złożonych układów jest to zadanie bardzo skomplikowane i wymaga opracowania efektywnej metody sprawdzenia poprawności danych wejściowych. Dlatego pominięto ten etap w pracy z założeniem rozwiązania opisanego problemu w przyszłych badaniach naukowych.

Wnioski

— Wrażliwość statyczna i dynamiczna z uwzględnieniem niepewności w parametrach projektowych jest efektywnym narzędziem w projektowaniu nowoczesnych obiektów. Daje pełny pogląd na rolę poszczególnych elementów w pracy konstrukcji jako całości

— Połączenie w analizie stochastyki i wrażliwości, pozwala na znalezienie tzw. punktu projektowego, czyli optymalnego rozwiązania przy jednoczesnym uwzględnieniu różnych czynników oraz na znalezienie newralgicznego elementu w danym układzie

— Uzyskiwany na wyjściu pierwszy i drugi moment probabilistyczny czasowo-zależnej i czasowo-niezależnej reakcji układu i ich wrażliwości z dokładnością do drugiego rzędu, jest niezwykle istotny z punktu widzenia optymalnego projektowania układu, i znacznie przyspiesza ten proces

— Efekt dudnienia w układach konstrukcyjnych można skutecznie wyeliminować za pomocą jednoczesnego uwzględnienia dodatkowych mas i tłumików

— Lokalizacja dodatkowych mas w układzie jest indywidualna dla konkretnego schematu konstrukcji i zależna od punktu przyłożenia wymuszenia

Dalsze prace

— Znalezienie praktycznego sposobu eliminacji efektu dudnienia w rzeczywistych układach przy pomocy dodatkowych mas i tłumików

— Opracowanie metody sprawdzenia modelu numerycznego, efektywnej dla układów złożonych o wielu stopniach swobody.